

Andreas Datzmann

Geometrie in Schule und Hochschule

Ein Blended Learning Format zur Vernetzung von Fachwissenschaft und Fachdidaktik

Zusammenfassung

Der vorliegende Artikel befasst sich mit der Konzeption eines ILIAS Begleitkurses für das innovative Lehr-Lern-Format „Geometrie in Schule und Hochschule“, das im Rahmen des Projektes „SKILL¹“ an der Universität Passau im Wintersemester 2017/18 erstmals durchgeführt wird. Dazu wurde neben einer ansprechenden Startseite mit allgemeinen Informationen für die Studierenden zu jeder geplanten Sitzung ein Ordner erstellt, der einerseits die Präsenzveranstaltung begleitet und andererseits die Studierenden beim Nachbereiten der Sitzungen unterstützen soll. Das Seminar „Geometrie in Schule und Hochschule“ soll unter Einbezug von sog. „interaktiven mathematischen Landkarten“ sowie oben genannten E-Learning und Blended Learning Aspekten zur Verbesserung der Lehrerbildung im Bereich Mathematik beitragen. Hierbei steht insbesondere die De-Fragmentierung von Fachwissenschaft und Fachdidaktik Geometrie im Vordergrund, die durch das Blended Learning Format aus Seminar und ILIAS Begleitkurs erreicht werden soll.

Schlagwörter

E-Learning, Medienprojekt, ILIAS-Kurs, Blended Learning, Mathematik, Didaktik, Geometrie, Landkarte, De-Fragmentierung

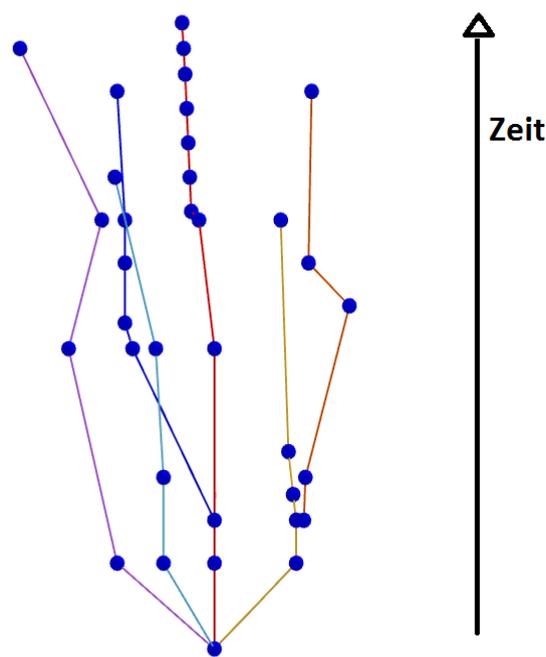
¹ SKILL (Strategien zur Kompetenzentwicklung: Innovative Lehr- und Beratungskonzepte in der Lehrerbildung) ist ein Projekt an der Universität Passau, das vom BMBF gefördert wird. Weitere Informationen finden Sie unter: <http://www.skill.uni-passau.de/>.

1. Verbesserung der Lehrerbildung im Bereich Mathematik

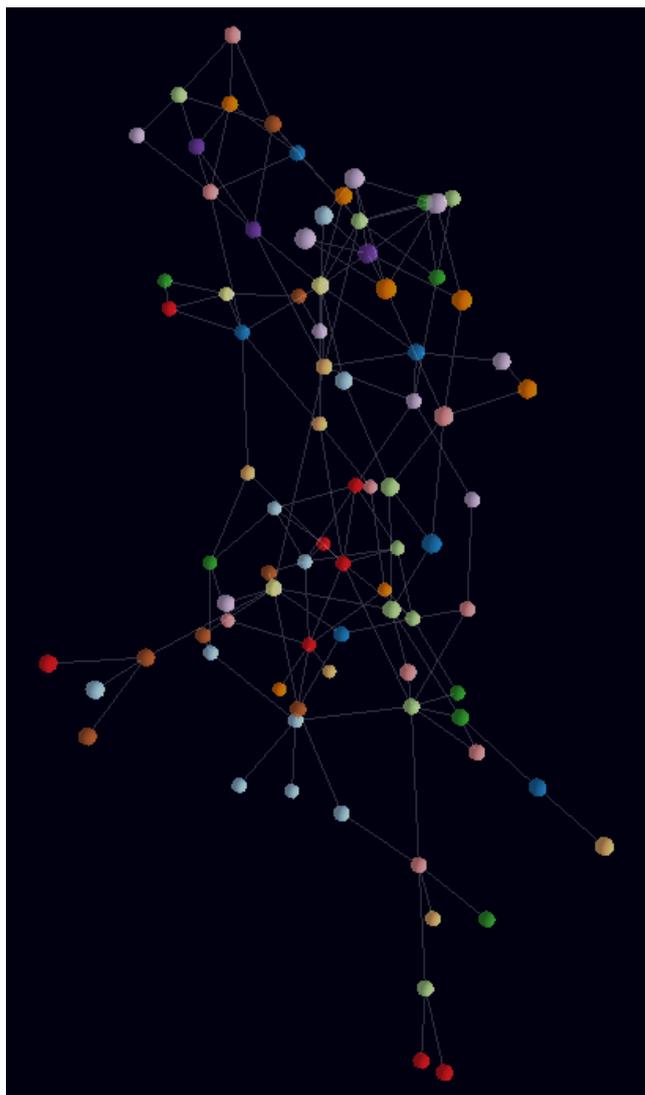
Seit fast zwei Jahren werden im Bereich der Lehrerbildung an der Universität Passau innovative Lehr-Lern-Formate entwickelt. Dies geschieht im Rahmen des vom Bundesministerium für Bildung und Forschung (BMBF) geförderten Projekts „SKILL“ - *Strategien zur Kompetenzentwicklung: Innovative Lehr- und Beratungskonzepte in der Lehrerbildung*. Im Teilprojekt Mathematik wurde dazu ein Seminarkonzept entworfen, mit dem Ziel, den Studierenden die Zusammenhänge zwischen Schul- und Hochschulgeometrie zu verdeutlichen. Dazu werden sogenannte „interaktive mathematische Landkarten“ eingesetzt, deren Konzept im folgenden Abschnitt kurz vorgestellt wird. Danach wird näher auf die Konzeption des ILIAS-Begleitkurses eingegangen.

2. Interaktive mathematische Landkarten

Eine interaktive mathematische Landkarte – nach der Idee des Passauer Mathematikdidaktikers Matthias Brandl (2008) – sieht aus wie ein virtueller dreidimensionaler Baum bzw. ein Netz. Die einzelnen Verzweigungsstellen bzw. Knoten stellen dabei wichtige Entwicklungen in der Mathematik dar und sind mit anderen Knoten verbunden, die auf diesen Entwicklungen beruhen. Dabei wird in der horizontalen Dimension die thematische Nähe zweier Knoten durch ihren Abstand dargestellt und in der vertikalen Dimension die zeitliche Entwicklung (Abb. 1). Die Stärken einer solchen interaktiven mathematischen Landkarte liegen darin, dass durch die Visualisierung in drei Dimensionen die Zusammenhänge besser nachvollzogen werden können.



(Abb. 1: Schematische Darstellung der interaktiven mathematischen Landkarte)



(Abb. 2: Screenshot der interaktiven mathematischen Landkarte)

Da sich die interaktive mathematische Landkarte zum Teil noch in der Entwicklung befindet, kann an dieser Stelle nur ein Screenshot der momentanen Version präsentiert werden (Abb. 2). Hier sieht man schon die Zusammenhänge zwischen den einzelnen Knoten. Die Landkarte kann gedreht werden und wenn man den Mauszeiger auf einen Knoten zieht, werden Informationen zu diesem angezeigt. Dazu gehören immer, was passiert ist (z. B. Satz des Pythagoras), wer diese Entdeckung gemacht hat (Pythagoras von Samos) und wann es geschehen ist (520 v. Chr.). Hier fehlt noch eine fixierte Zeitachse und die Verlinkung von einzelnen Knoten zu externen Materialien – zum Beispiel zu ILIAS Lernmodulen zu einem gewissen Thema.

3. Konzeption des ILIAS Begleitkurses

Die Idee des Begleitkurses ist es, die Studierenden bei ihrem Lernprozess zu unterstützen. Und zwar während des Lernprozesses in der Präsenzveranstaltung und während des Lernprozesses bei der Nachbereitung der Seminarinhalte. Durch diese Unterstützung sollen die Studierenden sensibilisiert werden für die Zusammenhänge zwischen Schulgeometrie und Hochschulgeometrie. Dies wiederum bringt ihnen ein besseres Verständnis des Stoffgebiets und ermöglicht ihnen später, qualitativ hochwertigeren Unterricht zu halten. Wie genau die Unterstützung der Lernprozesse durch den ILIAS Begleitkurs funktioniert, wird in den nächsten Kapiteln erklärt.

3.1. Zielgruppe und didaktisches Konzept

Das Seminar und der zugehörige ILIAS Kurs richten sich an Studierende des Lehramts Gymnasium mit Fach Mathematik, die optimaler Weise im gleichen Semester die Vorlesung *Fachwissenschaft Geometrie* und die Vorlesung *Fachdidaktik Geometrie* besuchen. Diese Studierenden befinden sich meist schon in höheren Fachsemestern und haben schon verschiedene Bereiche der Mathematik kennengelernt, jedoch bis dato noch keine einzige Veranstaltung über Geometrie besucht.

Das didaktische Konzept sieht so aus, dass jede Woche eine Präsenzveranstaltung stattfindet, in der ein Thema der Geometrie aus dem Blickwinkel der Schul- und der Hochschulgeometrie beleuchtet wird. In diesen Präsenzveranstaltungen hat der Begleitkurs eine unterstützende Rolle, indem er die Studierenden mit Dokumenten und Links versorgt, die für die Erarbeitung des Themas aus beiden Blickwinkeln hilfreich sind. Ebenso werden in die entsprechenden Sitzungsorder weitere nützliche Dateien hochgeladen, z.B. Geogebra Applets, um bestimmte Sachverhalte zu verdeutlichen oder zu visualisieren. Für die Nachbereitung der Seminarinhalte steht den Studierenden für jede Sitzung ein Ordner zur Verfügung, unter anderem mit einem Lernmodul, einem Test und einem Etherpad, in dem die Studierenden die im Lernmodul gestellten Aufgaben gemeinsam bearbeiten können. Dies dient einerseits den Studierenden, die die Präsenzveranstaltung nicht besuchen konnten als Ersatz und liefert andererseits für die anwesend gewesenen Studierenden eine didaktisch aufbereitete Wiederholung des Themas. Die Bearbeitungsdauer der Lernmodule hängt davon ab, ob ein Studierender nur einen Überblick in das behandelte Thema haben möchte – dafür reichen 10 Minuten – oder ob er sich mit allen im Lernmodul gestellten Aufgaben intensiv auseinandersetzt – hierfür sollte man über eine Stunde einplanen.

3.2. Gestaltung des Begleitkurses

Im Folgenden wird der Aufbau des ILIAS Begleitkurses dargestellt. Dieser kann als ILIAS-Gruppe unter dem Namen „Geometrie in Schule und Hochschule (SKILL)“ gefunden werden. Diese Gruppe weist eine Startseite auf, deren oberer allgemeiner Teil in Abbildung 3 zu sehen ist.

Geometrie in Schule und Hochschule (SKILL)
 ILIAS Kurs zur Begleitung des Seminars "68320 Seminar: Geometrie in Schule und Hochschule (SKILL)"

Inhalt Info Mitglieder

SKILL
Mathematik

UNIVERSITÄT PASSAU

Geometrie in Schule und Hochschule

Herzlich Willkommen!

Herzlich Willkommen zum ILIAS-Kurs Geometrie in Schule und Hochschule! Dieser Kurs dient der Begleitung des SKILL-Seminars [68320 Seminar: Geometrie in Schule und Hochschule](#). Das gesamte SKILL-Team und insbesondere das Teilprojekt Mathematik wünscht Ihnen viel Spaß beim Kurs.

Bevor Sie starten, nehmen Sie sich bitte kurz Zeit, um die nachfolgenden organisatorischen Hinweise zum Kurs aufmerksam zu lesen.

- ▶ Allgemeines
- ▶ Ablauf des Kurses
- ▶ Leistungsnachweis

KOMMUNIKATION

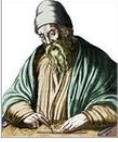
Allgemeine Fragen zum Kurs
 Hier können Sie Fragen stellen, die alle Teilnehmer betreffen
 Beiträge (Ungelesen): 0 (0)

Wichtige Nachrichten
 ... werden vom Dozenten in dieses Forum gepostet.
 Beiträge (Ungelesen): 0 (0)

(Abb 3. obere Hälfte der Startseite des ILIAS Begleitkurses)

Oben befindet sich das Titelbild mit dem Namen des Seminars, dem Logo der Uni Passau und dem Logo des SKILL Teilprojekts Mathematik. Rechts befindet sich ein Screenshot der interaktiven mathematischen Landkarte. Ein Klick auf den Screenshot öffnet die Webanwendung der interaktiven mathematischen Landkarte. Darunter befindet sich eine kurze Begrüßung mit einem Link zum Seminar in Stud.IP. In dem darauf folgenden Akkordeon befinden sich alle Informationen, die für die Studierenden relevant sind: Unter „Allgemeines“ wird die Zielgruppe und das methodische Vorgehen im Seminar erläutert zudem wird erklärt, dass zur Unterstützung eine interaktive mathematische Landkarte eingesetzt wird. Ebenso befinden sich dort Links zu den Stud.IP Veranstaltungen der *Fachwissenschaft Geometrie* und der *Fachdidaktik Geometrie*. Unter „Ablauf des Kurses“ wird erklärt, wie jeder zu einer Präsenzveranstaltung gehörende Ordner aufgebaut ist. Dies wird hier gleich im Anschluss thematisiert. Unter „Leistungsnachweis“ finden die Studierenden schließlich, was von ihnen erwartet wird, um am Ende drei ECTS Punkte zu erlangen.

Unter dem Akkordeon befindet sich dann ein kurzer Kommunikationsteil. Im Forum „Allgemeine Fragen zum Kurs“ können die Studierenden alles fragen, was mit Aufbau und Ablauf des Kurses zu tun hat oder auf eventuelle Fehler bei Verlinkungen, etc. hinweisen. In das Forum „Wichtige Nachrichten“ postet der Dozierende Informationen, die für alle Studierenden relevant sind. Zum Beispiel Hinweise zum Leistungsnachweis oder Fristen, die eingehalten werden müssen. Unter dem Kommunikationsteil beginnt dann der inhaltliche Teil des Begleitkurses, siehe Abbildung 4.

Sitzung 1: Axiomatik 	Sitzung 2: Strecken 	Sitzung 3: Bewegungen 	Sitzung 4: Abbildungsgeometrie 	Sitzung 5: Kongruenz I 
Sitzung 6: Kongruenz II 	Sitzung 7: Kreis vs. Ellipse 	Sitzung 8: Streckenmessung 	Sitzung 9: Winkelmessung 	Sitzung 10: Innenwinkelsumme im Dreieck 
Sitzung 11: Absolute Geometrie 	Sitzung 12: Euklidische Geometrie 	Sitzung 13: Hyperbolische Geometrie - die Poincarésche Halbebene 	Sitzung 14: Klassische Probleme der antiken Mathematik 	Sitzung 15: 

(Abb. 4: untere Hälfte der Startseite des ILIAS Begleitkurses)

In dieser erweiterten Datentabelle gibt es für jede der 15 Sitzungen ein eigenes Kästchen mit Sitzungsnummer, Titel und einem Titelbild (Bilder bisher nur Platzhalter, werden noch geändert). Ebenso wurde für jede der 15 Sitzungen ein Ordner erstellt, der auf der Startseite liegt, aber nur vom Kursadministrator gesehen werden kann. Anschließend wurden die Bilder zu den entsprechenden Ordnern verlinkt. Ein Klick auf das Bild bei „Sitzung 7: Kreis vs. Ellipse“ öffnet z. B. eine neue Seite im Browser mit den Ordnerinhalten des Ordners „Sitzung 07: Kreis vs. Ellipse“.

Der Aufbau der Ordner ist für alle Sitzungen ähnlich. Jeder Ordner enthält vier Objekte: Ein **Lernmodul** zum aktuellen Thema, ein **Etherpad**, um die im Lernmodul gestellten Aufgaben gemeinsam zu bearbeiten, einen **Test**, mit dem die Studierenden ihren Lernerfolg überprüfen können und einen **Medienordner**, in den Doku-

mente hochgeladen und Links gepostet werden können. Dabei soll nicht nur der Dozierende vor einer Präsenzsitzung Dokumente für die Studierenden hochladen, sondern auch die im Seminar erarbeiteten Ergebnisse sollen dokumentiert werden – im einfachsten Fall durch ein Foto einer Pinnwand oder der Tafel. In Abbildung 5 sehen Sie den Inhalt des Ordners „Sitzung 01: Axiomatik“.



(Abbildung 5: Repräsentativer Aufbau des Ordners Axiomatik)

Im Folgenden soll der Aufbau eines Lernmoduls und eines Tests beschrieben werden. Jedes Lernmodul besteht aus wenigen Kapiteln, in denen die wichtigsten Punkte des jeweiligen Sitzungsthemas behandelt werden. In Abbildung 6 sehen Sie z. B. die erste Seite des Lernmoduls *Axiomatik*. Ohne groß auszuschweifen sei hier nur gesagt, dass die Schulgeometrie sich sehr an der Anschauung orientiert und keine formalen Definitionen für die Objekte Punkt, Gerade, Ebene, etc. liefert. Aus der Anschauung heraus hat auch Euklid von Alexandria Geometrie betrieben. Er versuchte als erster die Geometrie zu axiomatisieren. Sein Buch dazu nannte er „Elemente“ – es wurde eines der am häufigsten verkauften Bücher der Weltgeschichte und wurde bis in die Mitte des 19. Jahrhunderts als Grundlage für den Schulunterricht benutzt. Ein erstes vollständiges Axiomensystem der Geometrie hat David Hilbert (1903) geliefert. Das hilbertsche Axiomensystem liegt auch den Hochschulvorlesungen über Geometrie zugrunde. Auf der ersten Seite des Lernmoduls finden die Studierenden diese Informationen und zwei Links zu den Büchern von Euklid (Zusammenfassung) und Hilbert (Original der 2. Auflage). Am Ende der ersten Seite erhalten sie dann auch ihren ersten Arbeitsauftrag. Sie sollen das Axiomensystem von Euklid – also das, das der Schulgeometrie zugrunde liegt – mit dem Axiomensystem von Hilbert vergleichen, das der Hochschulgeometrie zu-

grunde liegt. Dazu steht ihnen z. B. das Etherpad für gemeinsames Arbeiten zur Verfügung. Alle weiteren Seiten des Lernmoduls sind ähnlich aufgebaut.

Der Aufbau eines Tests ist schnell erklärt. Jeder Test besteht aus einer gewissen Anzahl an Fragen, wobei viele verschiedene Fragetypen Verwendung finden: Single Choice, Multiple Choice, Zuordnungsfragen, etc. Am Ende des Tests erhalten die Studierenden dann eine Übersicht, welche Fragen sie richtig und welche sie falsch beantwortet haben und was die richtige Antwort gewesen wäre. Eine Beispielfrage zur Axiomatik der Hochschulgeometrie sehen Sie in Abbildung 6.

Frage 2 von 9 - Ebene (3 Punkte)

Speichern und weiter
Antwort löschen

Gegeben sie das Tupel (E, G) , mit $E = \{P, Q, R, S, T\}$ und $G = \{\{P, R\}, \{Q, S\}, \{T, P, Q\}, \{R, S, T\}, \{Q, R\}, \{P, S\}\}$, siehe Skizze.

Kreuzen Sie alle richtigen Aussagen an:

- (E,G) erfüllt das Parallelenaxiom
- (E,G) ist eine Ebene.
- Die Geraden $\{R,P\}$ und $\{Q,S\}$ sind parallel.

(Abb. 6: Beispielfrage aus dem Test zur Axiomatik)

4. Fazit zur Erstellung und Ausblick

Die Erstellung eines größeren Kurses in ILIAS ist eine Herausforderung und nicht auf einen Tag machbar. Das Einarbeiten in ein so umfangreiches Programm mit so vielen Möglichkeiten kann frustrierend sein, doch hat man die Grundprinzipien verstanden, geht zumindest der Aufbau des Grundgerüsts für den Kurs recht schnell. Dann muss der Kurs nur noch mit Inhalten gefüllt werden.

In diesem Prozess kann man die verschiedensten Kompetenzen erwerben. Neben der offensichtlichen Kompetenz mit ILIAS und all seinen vorhandenen Objekten und Einstellungen umzugehen, habe ich persönlich auch meine Grafikerstellungskompetenz deutlich verbessert. Denn ein Lernmodul ohne Bilder und ohne Anschauungseffekt ist langweilig und weniger hilfreich. Ebenso muss der ganze Kurs

didaktisch durchdacht aufgebaut sein, was eine sehr gute Übung für die Konzeption von Lehre ist. Ich freue mich auf den Einsatz des Begleitkurses im Seminar und hoffe, dass er die gewünschte Wirkung auf die Studierenden hat. Es werden aber sicher einige Punkte im Laufe des Semesters auftauchen, die man für einen späteren Durchlauf noch verbessern kann. Perfekt wird der Kurs nie sein, aber solange er den Studierenden hilft, habe ich mein Ziel erreicht.

5. Literatur

Brandl, M. (2008). *The vibrating string – an initial problem for modern mathematics; historical and didactical aspects*. In Witzke, I. (Ed.) 18th Novembertagung on the History, Philosophy & Didactics of Mathematics (S. 95-114). Berlin: Logos

Hilbert, D. (1903). *Grundlagen der Geometrie*. Leipzig: B.G. Teubner. Verfügbar unter: <https://archive.org/details/grunddergeovon00hilbrich>