

Didaktik der Mathematik

Matthias Brandl, Birgit Brandl & Stefanie Winkler

Die Professur für Didaktik der Mathematik bemüht sich um ein vielfältiges Angebot. So finden neben regelmäßigen Vorlesungen und Seminaren auch Praktika für Studierende der verschiedenen Schularten statt. Außerdem können Studierende ihre Abschlussarbeit zu aktuellen Forschungsfragen und scholorientierten Themen anfertigen. Ein Hauptaugenmerk der Forschung liegt auf Vernetzungsaspekten in der Mathematik und im Mathematikunterricht sowie mathematischer Begabung & Kreativität. Ein weiteres Forschungsinteresse ist der Einsatz digitaler bzw. neuer Medien in Verbindung mit traditionellen Inhalten und Vorgehensweisen.

1. Historie und Personen

Nach Einführung der ersten Lehramtsstudiengänge an der Universität Passau zum Wintersemester 1980/81, wurde **Prof. Dr. Ludwig Bauer** (Abb. 1 links) 1982 die C3-Professur für Didaktik der Mathematik an der Philosophischen Fakultät übertragen. Zunächst umfasste das Angebot in der Mathematikdidaktik nur die Lehramtsstudiengänge für Grund- und Mittelschule sowie für Gymnasium. „Ludwig Bauers Ideen und Konzepte fanden in der Mathematikdidaktik nachhaltige Resonanz. Eine besondere Würdigung erfuhren seine Arbeiten und Untersuchungen zum Interessensbegriff, zum Spannungsverhältnis zwischen Stoffstruktur und subjektiven Denkweisen, zur kognitiven Bedeutung mathematischer Verfahrensweisen, zu einer guten Aufgabenkultur, zur Lernwerkstattarbeit im Sinne des Lernens mit Kopf, Herz und Hand, zu Methoden kreativer und spielerischer Lernformen, zu Dimensionen einer verantworteten Leistungsbewertung und in besonders ausgeprägter Weise zu didaktischen Themen der Unterstützung rechen-schwacher Kinder.“ (Haselbeck & Brandl, 2023, S. 83). Ab dem Wintersemester 1993/94 wurde Prof. Bauer von **Dr. Fritz Haselbeck** (Abb. 1 rechts) als

Akademischer Rat (und später Oberrat bzw. Direktor) in der Grund- und Mittelschule unterstützt. Herr Haselbeck baute mit großem Engagement die „Lernwerkstatt Mathematik“ auf und führte zahlreiche Projekte mit Schulen durch.

Im Februar 2011 wurde Prof. Bauer emeritiert. Die Professur für Didaktik der Mathematik wanderte im Zuge der Neubesetzung als W2-Lehrprofessur an die Fakultät für Informatik und Mathematik. Seit April 2011 ist **Prof. Dr. Matthias Brandl** (Abb. 2 oben links) Professurinhaber. Seine mathematikdidaktischen Forschungsschwerpunkte liegen in den Bereichen Vernetzung und Defragmentierung, mathematische Begabung und Kreativität, digitale Medien im Mathematikunterricht, Geschichte der Mathematik, narrative Didaktik, Übergang Schule-Hochschule und mathematische Beliefs (siehe unten).

Das Team wird seit dem Wintersemester 2011/12 durch **Birgit Brandl** (Abb. 2 oben rechts) ergänzt. Als Akademische Oberrätin ist sie für die Mittel- und Realschule zuständig und legt ihren Fokus auf eine zeitgemäße kompetenzorientierte Ausbildung der Studierenden. Der zweite Schwerpunkt der Dozentin liegt in der Fachmathematik, wo sie

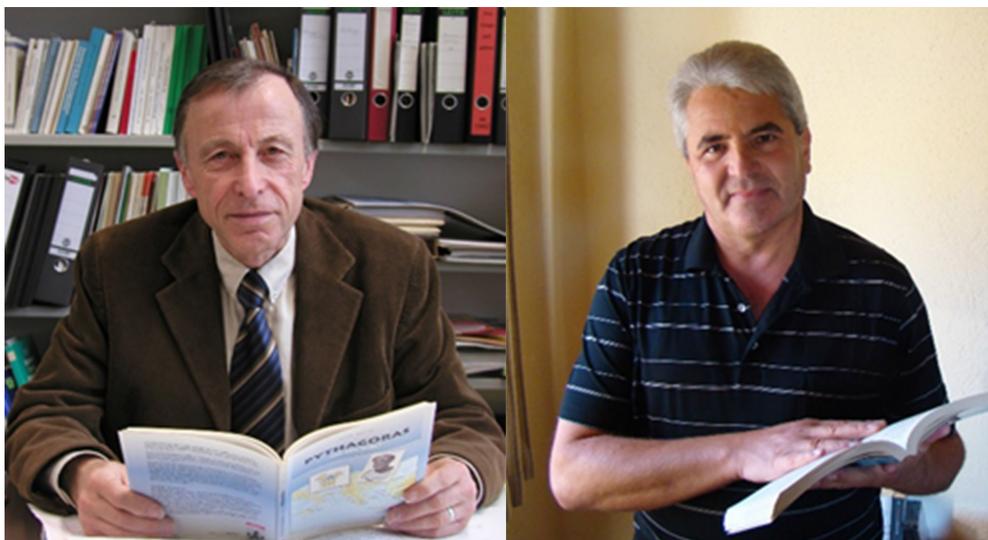


Abb. 1: Das ehemalige Team bis 2011 mit Prof. Dr. Ludwig Bauer und AD Dr. Fritz Haselbeck (private Aufnahmen)



Abb. 2: Das aktuelle Team in 2023 mit Prof. Dr. Matthias Brandl (oben links; private Aufnahme), AORin Birgit Brandl (oben rechts; private Aufnahme), ARin Dr. Stefanie Winkler (unten links; Foto: Haberland), AR Roland Kufner (unten mittig; Foto: Inge Artinger) und Sekretärin Gislinde Oberländer (unten rechts; Foto: Kaps Atelier, Passau)

nicht-vertiefte Vorlesungen in Mathematik für das Lehramt an Grund-, Mittel- und Realschulen hält. Eine Vernetzung von Fachmathematik und -didaktik liegt der Dozentin ganz besonders am Herzen. Ab Wintersemester 14/15 hatte **Dr. Stefanie Winkler** (Abb. 2 unten links) zunächst Lehraufträge an der Lehrprofessur inne, arbeitete dann als abgeordnete Lehrkraft ehe sie seit August 2017 anstelle des pensionierten Dr. Fritz Haselbeck das Team als Akademische Rätin im Bereich Grund- und Mittelschule verstärkt. Schwerpunkte ihrer Lehr- und Forschungstätigkeit sind die individualisierende Förderung aller Schülerinnen und Schüler sowie eine mehrperspektivische Schul- und Unterrichtsentwicklung. Der Ausbau der Lernwerkstatt Mathematik im Team mit Birgit Brandl sowie die Arbeit an Projekten im Rahmen der ZLF-Abteilung „Heterogenität und Diversität“ bilden weitere wichtige Schwerpunkte der Dozentin. **Roland Kufner** (Abb. 2 unten mittig) gehört seit dem Wintersemester 2021/22 als Akademischer Rat zum Team der Mathematikdidaktik und arbeitet im Bereich Grund- und Mittelschule und bringt seine Praxiserfahrung in seine Veranstaltungen mit ein. Den Überblick behält **Gislinde Oberländer** (Abb. 2 unten rechts), die seit April 2011 über das Sekretariat waltet und

das Team mit vielen organisatorischen Tätigkeiten entlastet.

Weitere aktuelle akademische Mitarbeiterinnen und Mitarbeiter sind GSLin Stefanie Seidl (teilabgeordnete Lehrkraft), Dr. Urs Hackstein (wissenschaftlicher Mitarbeiter) und StR Jakob Heller (teilabgeordnete Lehrkraft).

Weitere ehemalige akademische Mitarbeiterinnen und Mitarbeiter seit 2011 sind Johannes Przybilla, StR Christian Barthel, StR Andreas Datzmann, StRin Anna-Maria Schwartz und StR Dr. Wolfgang Pfeffer; ehemalige Lehrbeauftragte: RSD Andreas Gilg, GSLin Victoria Fischerauer, MSL Johann Weber, MSLin Dr. Sieglinde Waasmeier und MSLin Stefanie Reinhardt.

Die Büros und Räumlichkeiten der Professur für Didaktik der Mathematik befinden sich seit dem Fakultätswechsel im Gebäude IM des Innufer-Campus, Innstraße 33.

2. Lehr- und Forschungseinheit „Lehramtsausbildung Mathematik und Informatik“ (LMI)

Im Herbst 2011 fand die Inauguration der neu gegründeten Lehr- und Forschungseinheit

„Lehramtsausbildung Mathematik und Informatik“ (LMI) an der Fakultät für Informatik und Mathematik u.a. mit der Antrittsvorlesung des neuen Professorinhabers statt. Hauptanliegen des LMI-Instituts ist die Frühförderung im Bereich Mathematik und Informatik sowie der Kontakt zu den Schulen in der Region.

Die kollegiale Leitung der Lehr- und Forschungseinheit besteht seit Gründung aus Prof. Dr. Matthias Brandl (Professur für Didaktik der Mathematik), Prof. Dr. Tobias Kaiser (Professur für Reine Mathematik) und ADin Ute Heuer (Didaktik der Informatik).

Der Schwerpunkt des Tätigkeitsbereiches liegt auf der Bündelung der Lehr- und Forschungstätigkeiten im Bereich der Didaktik für Mathematik und Informatik. Zu den Aufgaben gehören:

- Koordinierung und Durchführung universitärer Lehrveranstaltungen im Rahmen der Lehramtsstudiengänge für Mathematik und Informatik
- Koordination der Betreuung der Didaktischen Werkstätten der Mathematik und Informatik
- Durchführung individueller und gemeinsamer Projekte
- Koordinierung und Durchführung der Weiterbildung von Lehrkräften aller Schularten in Mathematik und Informatik
- Koordinierung und Durchführung von Schüler*innenkursen in der Mathematik und Informatik
- Organisation und Durchführung von Kolloquien und Fachtagungen zu aktuellen Themen der Didaktik der Mathematik und Informatik
- Beantragung und Durchführung individueller und gemeinsamer Forschungsprojekte in der Didaktik der Mathematik und Informatik
- Mitwirkung an universitären Veranstaltungen in der Lehrkräftebildung und Didaktik
- Mitarbeit im Zentrum für Lehrerbildung und Fachdidaktik (ZLF)
- Mitarbeit an nationalen und internationalen MINT-Initiativen in der Didaktik und Lehrkräftebildung.

3. Lehre

An der Professur für Didaktik der Mathematik finden neben regelmäßigen Vorlesungen und Seminaren auch Praktika für Studierende der verschiedenen Schularten statt. Außerdem können Studierende ihre Abschlussarbeit (Bachelor-, Master-, Zulassungsarbeit) zu aktuellen Forschungsfragen und schulorientierten Themen anfertigen.

3.1 Lehrkonzept

Das Lehrkonzept an der Professur orientiert sich an einem vernetzenden und defragmentierenden Lehr- und Forschungsparadigma. Dabei werden im Sinne einer synergetischen und sinnstiftenden Verbindung die folgenden Schnittstellen adressiert:

- Verzahnung von Theorie/Wissenschaft und Praxis
- Verbundeinsatz neuer und traditioneller Medien
- Defragmentierung Fachwissenschaft und Fachdidaktik
- Übergang Schule-Universität-Schule („Doppelte Diskontinuität“)

So werden z.B. Begleitseminare von Praktika vorrangig von teilabgeordneten bzw. einschlägig erfahrenen Fachlehrkräften oder Lehrbeauftragten aus der Schulpraxis durchgeführt, Team-Mitglieder implementieren aktuelle Erfahrungen aus parallel schulpraktisch eigens- und fremderprobten Lehr-Lern-Konzepten in ihre Veranstaltungen, Lehrversuche im Praktikum werden theoriegetrieben geplant, vor- und nachbesprochen. Ergebnisse aus den Lehr-Lern-Forschungs-Projekten SKILL.de (BMBF) und SMiLE/global.trex Passau (DAAD) fließen unmittelbar in Form von neuen Lehr-Lern-Elementen in kanonische und neue Veranstaltungen ein. Veranstaltungsinhalte repräsentieren i.d.R. eine Kombination aus wissenschaftlichen Erkenntnissen und unterrichtspraktischen Möglichkeiten. In den spezialisierten Lehrräumen der Mathematikdidaktik (IM 007 & 009, siehe unten) können in schulartspezifischen und schulartübergreifenden Spezialseminaren unterschiedliche Repräsentanten der neuen und traditionellen Medienlandschaft hinsichtlich eines sinnvollen unterrichtlichen Einsatzes eingesetzt bzw. kennengelernt werden. Die Problematik der bereits von Felix Klein thematisierten sog. „Doppelten Diskontinuität“ beim Übergang Schule–Universität–Schule in Mathematik wird z.B. mittels Vernetzungs-Produkten aktueller Lehr-Lern-Forschung im Verbund aus Vertretern der Fachwissenschaft und Fachdidaktik (z.B. im DIMM-Projekt) in Modulelementen der Veranstaltungen zur Didaktik der Mathematik adressiert. Standardmäßige Präsenzlehre wird dabei durch digitale Möglichkeiten der Lehre erweiternd angereichert, der direkte Kontakt zur Dozentin bzw. zum Dozenten stets gewährleistet.

3.2. Mathematikdidaktisches Labor

Im Seminarraum IM 007 wurde mit Antritt des Professorinhabers ein mathematikdidaktisches Labor eingerichtet. Darin bietet sich die Möglichkeit, mit

neuen und traditionellen Medien zu lehren bzw. Lehrerfahrung zu sammeln. Zu den neuen Medien zählen festinstallierter und portable Beamer mit Projektionsfläche, interaktives Whiteboard, portable Dokumentenkamera, ein Klassensatz Laptops, ein Klassensatz iPads, ein eigenes WLAN sowie ein Klassensatz ministeriell zugelassener CAS-Taschenrechner. Sie ergänzen die ebenfalls weiterhin vorhandenen traditionellen Medien Kreidetafel, Overhead-Projektor, Papier-Flipchart und Pinnwand. Hinsichtlich der unterrichtlichen Verwendung von Smartphones wird auf einen alltagsnahen BYOD-Ansatz zurückgegriffen.

3.3. Mathematikdidaktische Lernwerkstatt

„Die Arbeit in der Mathewerkstatt hat mir wirklich sehr geholfen, neue Ideen zu finden. Sie hat mir einen anderen Blick auf Mathe verschafft. Wenn ich mir vorstelle, wie sehr es mir selbst Spaß gemacht hätte, auszuprobieren und zu experimentieren, weiß ich, wie hilfreich es im Unterricht sein kann, Elemente der Werkstattarbeit regelmäßig mit den Schülerinnen und Schülern umzusetzen.“

Wenn Studierende wie hier von ihren Erfahrungen in der „Passauer Mathewerkstatt“ berichten, so wird damit ein ganz besonderer Seminarraum im Gebäude für Informatik und Mathematik angesprochen: die mathematikdidaktische Lernwerkstatt.

Der Seminarraum IM 009 wird auf ganz eigene Art und Weise zu einem Lernraum für den Mathematikunterricht der künftigen und bereits aktiven Lehrkräfte. Vielfältige Anschauungs- und Arbeitsmaterialien bieten hier Anregungen für Schulklassen, Studierende, Dozierende und Lehrkräfte. Als Kreativraum mit Ateliercharakter, flexibler Sitzordnung, Moderationsmaterial und vielem mehr lädt die Lernwerkstatt dazu ein, sich selbst in seiner Rolle und die Mathematik immer wieder neu zu entdecken, erproben und entfalten.

Das Rahmenprogramm zur Landesrunde Niederbayern der Mathematik-Olympiade in den Jahrgangsstufen 5 bis 6 verkürzt mit Stationen in der Werkstatt die Wartezeit auf die Ergebnisse des Wettbewerbs. Rund um die Mathematik wird gezeichnet, geknobelt, gezaubert, gespielt, und philosophiert. Workshops für Schulklassen vor Ort, online oder direkt im Werkstatttraum der Universität bieten – auch in Zusammenarbeit mit dem Passauer Mathe-Museum - eine Mathematikstunde der etwas anderen Art.

Gemeinsam mit Studierenden ist die mathematikdidaktische Lernwerkstatt immer wieder Treffpunkt, sich über Mathematik und Mathematikunterricht auszutauschen.

Seminarangebote während des Semesters geben dafür zusätzlich Gelegenheit und bringen regelmäßig neue Aspekte mit ein. Montessori-Pädagogik, Kinder- und Jugendphilosophie, Projektprüfungen an Mittelschulen, Digitalisierung, Psychomotorik, Algorithmisches Denken und Programmieren sind nur einige der aktuellen Themen, die in der Lernwerkstatt ihren Platz finden – mitten in einem Netzwerk an Lehrkräften, Dozierenden, ehemaligen bzw. erfahrenen Studierenden, kooperierenden Ausbildungsseminaren und Schulen der Region.

4. Forschung

Die Forschungsinteressen an der Professur für Didaktik der Mathematik liegen im Kontext eines nicht-reduktionistischen, vernetzenden und defragmentierenden Lehr- und Forschungsparadigmas sowohl im Bereich der didaktischen Entwicklungsforschung und Theoriearbeit als auch im (v.a. qualitativen) Bereich der empirischen Sozialforschung und beschäftigen sich im Sekundarbereich vor allem mit Vernetzungs- und Begabungsaspekten, daneben auch mit digitalen Werkzeugen, Mathematikgeschichte, Narrativer Didaktik und mathematischen Beliefs. Im Primarbereich liegt der Schwerpunkt in der inklusiven Begabungsförderung.

Das zentrale Forschungsdesiderat einer nicht-reduktionistischen, inklusiven, defragmentierenden und vernetzenden Didaktik findet sich dabei in unterschiedlicher Ausprägung in den einzelnen Forschungsfeldern wieder.

4.1 Vernetzung und Defragmentierung

In der 2009 gegründeten GDM-Arbeitsgruppe „Vernetzung im Mathematikunterricht“ wird eine traditionelle und zentrale Voraussetzung für das Erlernen von Mathematik neu betrachtet: „Mathematische Kenntnisse und Fertigkeiten sollen nicht getrennt voneinander, sinn- und beziehungslos gelehrt und gelernt, sondern in ihrem Zusammenhang miteinander verbunden werden. Viel Kritik bezieht sich auf eine weit verbreitete Unterrichtsgestaltung, bei der ein oder zwei Arten von Algorithmen für eine Berechnung für die nächste Leistungskontrolle einige Wochen lang trainiert und dann wieder vergessen werden. (...) Beim Erwerb zentraler Fertigkeiten wie Modellierung und Problemlösung sollten möglichst viele Bereiche der Schulmathematik miteinander verbunden werden, um ein reichhaltiges Angebot an Werkzeugen und Problemlösungstechniken zu erhalten. Es geht aber auch um eine ganzheitliche (Erkenntnis-)Sicht der Mathematik. Die Schülerinnen und Schüler sollten

erkennen, dass Mathematik viel mehr ist als das bloße Berechnen von (numerischen) Ergebnissen anhand vorgegebener Formeln“ (Information auf der Homepage der GDM, <https://didaktik-der-mathematik.de/arbeitskreise/>, bzw. der Arbeitsgruppe selbst: <https://math-edu.de/Vernetzungen.html>). Der Arbeitskreis publiziert die Schriftenreihe „Mathernetzt“ mit didaktischen Anregungen und Unterrichtsmaterialien, die bei MUED erscheint. 2022 ist Band 7 erschienen (Borys, Brandl & Brinkmann, 2022). Im Rahmen der „Qualitätsoffensive Lehrerbildung“ des Bundesministeriums für Bildung und Forschung (BMBF) hatte sich die Universität Passau erfolgreich mit einem Projektantrag beworben, um auf Defizite in der Lehrkräftebildung zu reagieren, die unter den Stichworten „institutionelle Segmentierung“, „Marginalisierung der Lehramtsstudierenden“ und „Fragmentierung der Ausbildungsinhalte“ diskutiert werden. Dieser letztere Defragmentierungsaspekt repräsentiert ebenfalls den Vernetzungsgedanken, der durch das Teilprojekt Mathematik in Form von geschichtlich-vernetzen-

den Digitalen Interaktiven Mathematischen Maps realisiert und erprobt wird.

4.1.1 Das Projekt „Digitale Interaktive Mathematische Maps“ (SKILL.de / Defragmentierung / BMBF)

Winsløw und Grønbaek (2014) zeigten, dass die „doppelte Diskontinuität“ (Klein, 2016/1924) immer noch ein relevantes Problem in unserem aktuellen Bildungssystem ist. Eines der Hauptprobleme ist dabei das unterschiedliche Erscheinungsbild der Mathematik in Schule und Universität, was dazu führt, dass Studierende mitunter Schwierigkeiten haben, hier Verbindungen herzustellen. Damit droht die Intention der universitären Lehrkräftebildung in Mathematik, mathematische und fachdidaktische Erkenntnisse für den zukünftigen Unterricht in der Schule relevant und nutzbar zu machen, zu scheitern.

Basierend auf ersten theoretischen Überlegungen in Brandl (2009) wurden und werden Digitale Interaktive Mathematische Maps (DIMMs)

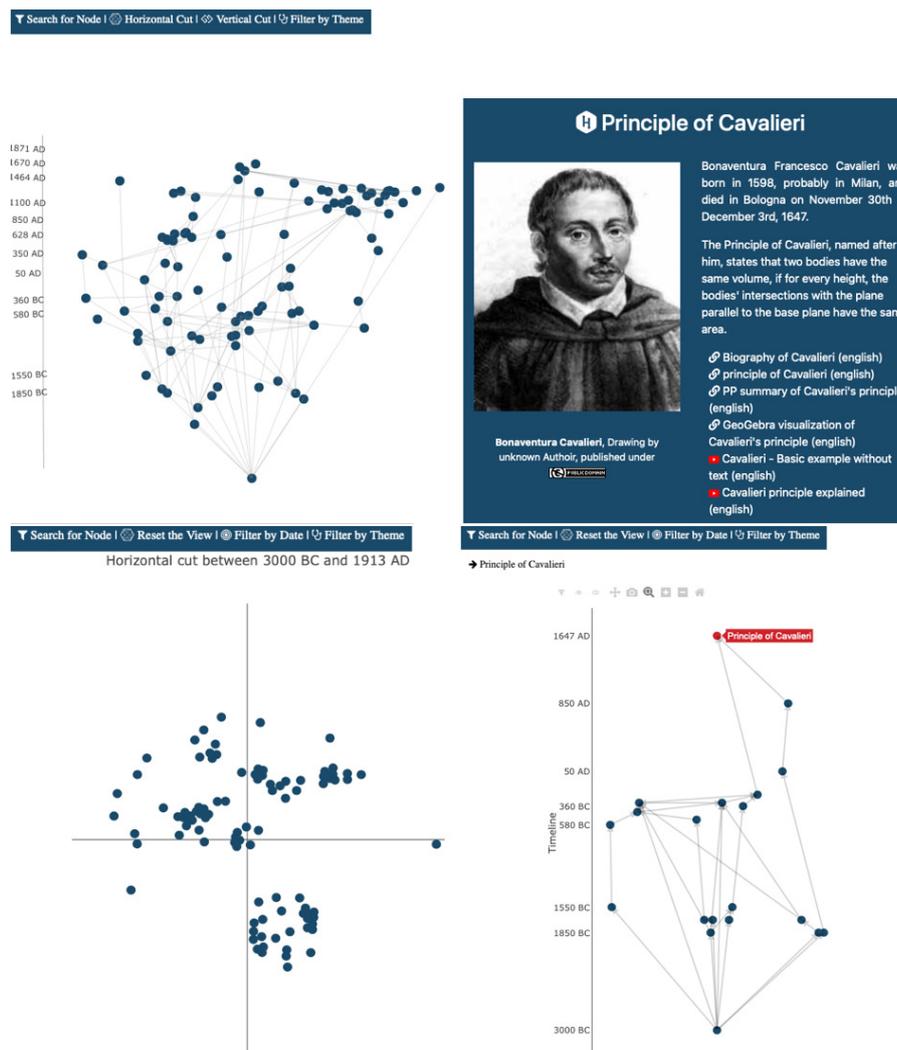


Abb. 3: Screenshot der DIMM für "Geometry" mit exemplarischer Auswahl eines Knotens (oben), horizontalem Schnitt (unten links) und einem thematisch gefilterten vertikalen Schnitt (unten rechts), Feb. 2024.

in zwei BMBF-Projekten (SKILL & SKILL.de, 2016 – 2023) an der Universität Passau entwickelt, um der Defragmentierung und Vernetzung von Schulmathematik und Hochschulmathematik im Sinne von Felix Klein gerecht zu werden (Brandl, Kaiser, Przybilla & Hackstein, 2023; Datzmann & Brandl, 2019, 2018; Datzmann, Przybilla, Brandl & Kaiser, 2020; Przybilla, Brandl, Vinerean & Liljekvist, 2022, 2021; Schwarz, Brandl, Kaiser & Datzmann, 2017). Die DIMMs basieren auf einem JavaScript/PHP/MySQL/Moodle-Webframework und nutzen zur Generierung der dreidimensionalen Netzstruktur Methoden aus der Graphentheorie (siehe z.B. Brandl et al., 2023; Przybilla et al., 2022, 2021). Eine Dimension repräsentiert dabei die Zeit und zeigt die historische Herkunft bzw. Entwicklung mathematischer Konzepte auf, während die beiden anderen Dimensionen innermathematische Abhängigkeiten und Interdependenzen in Bezug auf inhaltliche Verwandtschaft bzw. thematische Nähe darstellen. Der aktuelle Stand kann auf der Homepage der „Digitalen Interaktiven Mathematischen Map“ – <https://math-map.fim.uni-passau.de> – eingesehen werden. Hierbei stehen Knoten im Raum für mathematische Inhalte. Kanten symbolisieren historische Entwicklungen, die Mathematik als sich entwickelnde Wissenschaft hervorheben. Weitere Details können mit Hilfe der Funktionalitäten „Vertikaler Cut“ und „Horizontaler Cut“ dargestellt werden, bei denen nur eines der Merkmale untersucht wird.

Aktuell stehen die Sprachen Deutsch, Englisch, Spanisch und Ukrainisch sowie die Gebiete Geometrie, Algebra, Analysis und Stochastik zur Verfügung. Im Zuge der Weiterentwicklung werden weitere Sprachen sowie auch interdisziplinäre Anwendungsmöglichkeiten der Maps in anderen Fachgebieten ins Auge gefasst.

4.2 Mathematische Begabung und Kreativität

Im Rahmen der Forschungsarbeit zur theoretischen Fundierung des Konstrukts „Mathematische Begabung“ und dessen praktischer Förderung wird das Ziel verfolgt, ein mathematisches Begabungspotenzial optimal und adäquat zu unterstützen (Brandl, Szabo, Mellroth & Benölken, 2021). Die Forschungsarbeiten reichen von qualitativer empirischer Interview-Forschung vor Ort (z. B. an Schulen und im Rahmen von Förderkursen) über rein theoriebasierte Arbeiten mit soziologischen und psychologischen Aspekten bis hin zur konkreten Entwicklung mathematisch reichhaltiger Lernumgebungen und Unterrichtsmaterialien (Brandl, 2011a). Im Mittelpunkt stehen dabei die begriffliche Klärung unter Berücksichtigung des

Kontextbezugs (Brandl, 2011b) und insbesondere der Abgrenzung des Begabungspotentials vom Konzept der Leistungsorientierung (Brandl, 2014, 2011c; Brandl & Barthel, 2012). Eine Zusammenfassung des internationalen Forschungs- und Förderungsgeschehens findet sich z.B. in Singer, Sheffield, Freiman & Brandl (2016).

Durch Mitgliedschaft und Arbeit des Professurinhabers im International Committee der International Group for Mathematical Creativity and Giftedness (MCG) wird den adressierten Aspekten im internationalen Rahmen Aufmerksamkeit und Nachdruck verliehen. Regelmäßig werden von MCG-Mitgliedern internationale Konferenzen zur Thematik organisiert.

Weitere Aspekte in Verbindung mit Begabung werden auch im Rahmen der Arbeit in der ZLF-Abteilung „Heterogenität & Diversität“ behandelt.

4.2.1 Die ZLF-Abteilung „Heterogenität und Diversität“

Nachdem sich Professurinhaber und Mitarbeiterinnen bereits seit Längerem im Rahmen der traditionellen und inklusiven Begabungsforschung und -förderung mit Heterogenitäts- und Diversitätsaspekten von Kindern und Jugendlichen mit sog. special needs beschäftigt hatten, gründete der Professurinhaber 2020 am Passauer Zentrum für Lehrerbildung und Fachdidaktik (ZLF) die neue Abteilung „Heterogenität, Diversität und Nachhaltigkeit“. Zunächst geleitet von Prof. Dr. Matthias Brandl (Didaktik der Mathematik) ging die Abteilung 2022 (nach Abtrennung des gewachsenen Bereiches „Nachhaltigkeit“ als neue Abteilung „Bildung für nachhaltige Entwicklung“) als ZLF-Abteilung für „Heterogenität und Diversität“ in die Leitung von Dr. Stefanie Winkler (Didaktik der Mathematik) über, die zuvor die Stellvertretung inne hatte. Sowohl an der Professur selbst als auch in der ZLF-Abteilung arbeitet das Team der Passauer Mathematikdidaktik interdisziplinär mit Kolleginnen und Kollegen an einschlägigen Projekten, die insbesondere den Inklusions-, Heterogenitäts- und Diversitätsaspekt in den Fokus nehmen.

Beispielhafte bisherige Forschungsaspekte an der Professur:

A) Kinder, die sowohl eine Behinderung als auch eine Begabung aufweisen (*disabled and gifted*), werden als doppelt exceptionell (*twice exceptional*) bezeichnet, und stellen für die Lehrkraft eine besondere Herausforderung dar. Generell ist zur adäquaten Förderung vorliegender mathematischer Begabungspotenziale bei Schülerinnen und Schülern zunächst deren

Identifikation bzw. eine entsprechende Sensibilisierung der Lehrkraft vonnöten. In Bezug z.B. auf hörgeschädigte Schülerinnen und Schüler gelten hierbei allerdings besondere Spezifika, die u.a. mittels qualitativer Einzelfallstudien verdeutlicht werden können (siehe z.B. Brandl & Nordheimer, 2016).

- B) Prozessbasierte Diagnose und inklusive Förderung von mathematischen Begabungspotenzialen, speziell im Kontext einer begabungsgestützten Entfaltung und individualisierenden Förderung mathematischer Kompetenzen im Klassenalltag des Grundschulunterrichts (siehe z.B. Winkler, 2020; Winkler & Brandl, 2016).
- C) Potenzieller Zusammenhang zwischen Hochsensibilität, Übererregbarkeit und mathematischer Begabung (siehe z.B. Brandl & Szabo, 2019).
- D) Internationale kulturelle Heterogenitäts- und Diversitätsaspekte im Mathematikunterricht (siehe z.B. Gunčaga, Brandl & Körtesi, 2019)

Ausgewählter aktueller Arbeitsaspekt der ZLF-Abteilung:

Inklusive Begabungsförderung (Winkler): Im Kreativraum „Mathewerkstatt“ laden Workshops und Lernumgebungen Studierende, Lehrkräfte, Kinder und Familien dazu ein, die Idee des Atelierunterrichts ganz im Sinne einer inklusiven Begabungsförderung zu erproben und zu multiplizieren. Unter dem Motto „Gemeinsam Besonderes aufspüren“ wird Unterrichtsentwicklung in Kleingruppen konkret. Studierende bringen als Tutoren oder Innovationsteams ihre Ideen ein und begleiten dabei individuelle Entwicklungsprojekte von Schulen, Lerngruppen, Arbeitskreisen und Lehrkräften unterstützend vor Ort.

4.3 Digitale Medien im Mathematikunterricht

An der Professur werden Einsatzmöglichkeiten von digitalen Medien im Mathematikunterricht untersucht. Im Mittelpunkt steht der Einsatz von Smartphone Mathematik-Apps, wie z.B. GeoGebra, oder Computeralgebrasysteme.

4.3.1 Das Projekt SMiLE (global.trex Passau, DAAD) und der Schulversuch „CAS in Prüfungen“ (StMUK)

Das Projekt „Smartphone Math-Apps in Learning Environments“ (SMiLE) repräsentiert im Rahmen des globalen Lehrkräftebildungsforschungs- und Bildungsaustauschprogramms „global.trex Passau“ den Fachbereich Mathematik. Mit Lehramt. International 2019-2022 wurde vom DAAD erst-

mals ein Programm ins Leben gerufen, das sich ausschließlich der Lehrkräftebildung widmete und für das sich das ZLF und die Professur für Didaktik der Mathematik der Universität Passau erfolgreich beworben haben. Das Programm unterstützt unter anderem die Mobilität der Projektteilnehmenden und soll eine nachhaltige Implementierung von Mobilitätskorridoren in die curriculare Struktur der Lehrkräfteausbildung fördern. Das Projekt wurde im Juli 2022 aufgrund eines erfolgreichen Folgeantrags um zwei weitere Jahre bis Ende 2024 verlängert.

Das Bayerische Staatsministerium für Unterricht und Kultus ermöglicht mit dem Schulversuch „CAS in Prüfungen“ die Erprobung von Anwendungen der dynamischen Mathematiksoftware GeoGebra auf mobilen Geräten wie Tablets und Smartphones in Prüfungen ab der achten Jahrgangsstufe bis hin zum Abitur. Im Rahmen des Projekts „M³“ wurden bis 2013 CAS-Taschenrechner, d.h. Taschenrechner mit Computeralgebrasystemen, im Unterrichts- und Prüfungseinsatz am Gymnasium ab der zehnten Klasse erprobt und evaluiert. Infolgedessen wurden CAS-Rechner erstmals in den bayerischen Abiturprüfungen zugelassen. Im Nachfolgeprojekt „CAS in Prüfungen“ wurde die Software GeoGebra zunächst auf Computern mittels spezieller Prüfungsumgebungen in Prüfungen getestet. Mit der Entwicklung hin zu leistungsstarken GeoGebra-Anwendungen für Tablets und Smartphones rückte die Frage in den Fokus, inwieweit Tablets und Smartphones mit den entsprechenden GeoGebra-Apps in Prüfungen eingesetzt werden können. 2018 wurde die Verwendung von GeoGebra auf Tablets in Prüfungen für die am Schulversuch teilnehmenden Schulen zugelassen. 2019 schlug die Professur für Didaktik der Mathematik der Universität Passau vor, den Schulversuch CAS in Prüfungen auf Smartphones auszuweiten und bereits ab der achten Jahrgangsstufe zuzulassen. Im Rahmen dieser Neuerungen wurde die wissenschaftliche Begleitung für dieses Projekt der Universität Passau übertragen. Das Vorhaben wurde im August 2022 letztmalig um zwei Jahre verlängert. Derzeit sind zehn Schulen offiziell an diesem Projekt beteiligt. Das Projekt läuft bis 31. Juli 2024. Das Hauptprojekt „CAS in Prüfungen“ in Bayern wird von verschiedenen Kooperationen flankiert, die das Gesamtprojekt SMiLE um unterschiedliche Aspekte bereichern (Barthel & Brandl, 2020). Die Zusammenarbeit zwischen der Universidad de Ciencias Pedagógicas „Enrique José Varona“ (UCPEJV) in Havanna und der Universität Passau konzentriert sich z.B. auf die Entwicklung und Evaluation von Lehrmaterialien mit GeoGebra auf mobilen Geräten wie Smartphones (BYOD). Die gegen-

sätzlichen Bedingungen und das unterschiedliche Know-How im Umgang mit digitalen Werkzeugen wie GeoGebra in diesen unterschiedlichen Unterrichtsumgebungen können einen nachhaltigen Input für die Ausbildung von Schülerinnen und Schülern und Lehrkräften schaffen.

4.4 Narrative Didaktik

Bereits Jerome Bruner stellte der logisch-diskursiven Argumentation („logico-scientific mode“) den narrativen Denkmodus („narrative mode“) gegenüber (Bruner, 1986). Durch eine methodische Vernetzung mathematischer Inhalte mit erzähltheoretischen Vorgehensweisen lässt sich nicht nur der im Mathematikunterricht primär adressierte rational-deduktive Bereich, sondern auch der affektive Bereich mit einbinden, wodurch eine stärkere „Einwurzelung“ (Wagenschein, 1968) in die mathematische Thematik geschehen kann. Durch eine Erweiterung der narrativen Methodik um bildhafte Elemente ergibt sich zusätzlich eine fruchtbare Einbindung der bildenden Künste (Brandl, 2016). Neben der Weiterentwicklung der theoretischen Grundlagen einer narrativen Mathematik-Didaktik werden einschlägige Unterrichtseinheiten bzw. erzählend angelegte Lehr- und Lernelemente entwickelt (Brandl, 2017, 2010). Mitunter wird hierbei das Projekt der Digitalen Interaktiven Mathematischen Maps (siehe oben) mit eingebunden (Brandl & Vinerean, 2023).

4.5 Übergang Schule - Hochschule

An der Schnittstelle Schule-Hochschule treten insbesondere im Fach Mathematik häufig Probleme auf, die u. a. zu hohen Studienabbrecherquoten führen. Dieser Schwierigkeit - die zum Kontext der ersten Klein'schen Diskontinuität (Klein, 2016/1924) gehört - liegen u.a. unterschiedliche Vorstellungen/Beliefs über bzw. Sichtweisen von „Mathematik“ zugrunde (vgl. z. B. auch den „Drei-Welten-Ansatz“ von D. Tall, 2008). Zum einen wurden hierzu - mit dem Ziel einer Sensibilisierung beider Seiten für die vorliegende Diskrepanz und geeignete didaktische Hilfsmaßnahmen - qualitative Quer- und Längsschnittstudien durchgeführt, die z. T. in der Entwicklung geeigneter didaktischer Lehr-Lern-Elemente mündeten (Pfeffer, 2017; Pfeffer & Brandl, 2016, 2015); zum anderen wird dem Gesamtphänomen von Klein's Doppelter Diskontinuität im Rahmen der Vernetzung und Defragmentierung mittels digitaler und narrativer Werkzeuge im DIMM-Projekt begegnet.

4.6 Mathematische Beliefs

Der Mathematiker und an Mathematikdidaktik interessierte Felix Klein sah den Grund für das Problem der doppelten Diskontinuität in der Fragmentierung von Schul- und Hochschulmathematik, deren Ursprung in der Verschiedenheit des Erscheinungsbildes der Mathematik in Schule und Universität liegt (Klein, 2016/1924). Der Mathematiker und Mathematikdidaktiker David Tall (2008) beschreibt die Schul- und Hochschulmathematik sogar als verschiedene Welten („worlds of mathematics“), indem er der anschaulich-symbolischen Mathematik der Schule die formal-axiomatische Mathematik der Hochschule gegenüberstellt. Und auch der Mathematiker und Mathematikdidaktiker Hans Freudenthal äußerte sich entsprechend: „Die Definition der Mathematik wechselt. Jede Generation und jeder scharfsinnige Mathematiker innerhalb einer Generation formuliert eine Definition, die seinen Fähigkeiten und Einsichten entspricht.“ (in Davis & Hersh, 1985, S. 4, zitiert in Käpnick, 1998, S. 53) Das Bild von bzw. die Sichtweise auf Mathematik ist somit ein entscheidender und grundlegender Faktor für sämtliche weiterführende didaktisch-pädagogische Überlegungen. Gleichzeitig ergibt sich hier die schul- und hochschuldidaktische Aufgabe, unterschiedliche Bilder/Sichtweisen/Vorstellungen/Beliefs/Welten zueinander in Bezug und miteinander in Einklang zu bringen.

Nachdem weltweite Bildungsinstitutionen zudem der Kulturhoheit der jeweiligen Länder unterliegen, trägt auch der kulturelle Kontext zu vorherrschenden mathematischen Beliefs bei.

Seit 2010 werden hierzu in verschiedenen institutionellen und kulturellen internationalen Kontexten mathematische Beliefs von Lernenden und Lehrenden erhoben und analysiert (Brandl, 2020, 2014, 2013, 2011b; Brandl & Barthel, 2012; Pfeffer & Brandl, 2016, 2015; Vinerean, Brandl & Liljekvist, 2023).

Relevanz besteht hierbei an der Professur insbesondere für folgende Problem- bzw. Forschungsbereiche:

- Defragmentierung/Vernetzung & Doppelte Diskontinuität (DD)
 - Erste Diskontinuität: Übergang Schule-Hochschule
 - Zweite Diskontinuität: Übergang Hochschule-Schule (z.B. DIMM-Projekt)
- Mathematische Begabung
 - Strukturelle systemische Kopplung eines viablen Konstrukts (z.B. „Mathematische Begabung“) an seine sinnstiftende,

kontextuelle Umwelt (Brandl, 2011b); Anthropological Approach (Sternberg, 1996)

- Identifikation und inklusive Förderung im heterogenen Klassenverband
- Internationale kulturelle Heterogenitätsaspekte des Mathematikunterrichts

5. Transfer

Hinsichtlich der dritten universitären Säule „Transfer“ engagiert sich die Didaktik der Mathematik in unterschiedlichen Bereichen. Hierzu gehört die traditionelle Dissemination von Ergebnissen der Lehr-Lern-Forschung in einschlägigen Publikationen. Insbesondere sind hier auch die Produkte der mathematikdidaktischen Entwicklungsforschung in entsprechenden nationalen Sammelbänden oder Beiträge zu Lehrwerken an bayerischen Schulen zu nennen. Forschungsergebnisse und -produkte finden zudem unmittelbaren Eingang in die Lehrveranstaltungen zur Didaktik der Mathematik. Des Weiteren werden einschlägige Lehrkräftefortbildungen veranstaltet oder unterstützt. Auch das

Passauer Mathematik-Museum, welches sich z.T. die Räumlichkeiten mit der mathematikdidaktischen Lernwerkstatt teilt, erfährt Unterstützung, ebenso wie der Mathe-Zirkel zur Förderung mathematisch interessierter Schülerinnen und Schüler. Die unmittelbare Verzahnung von Theorie und Praxis bzw. erster und dritter Phase der Lehrkräftebildung findet des Weiteren zum einen in den Begleitseminaren der Schulpraktika und zum anderen in Form von individuellem Engagement der Team-Mitglieder als unterstützende Lehrkräfte, Impulsgeber*innen und Berater*innen in der alltäglichen Schulpraxis statt. Regelmäßige Unterstützung der universitären Öffentlichkeits- u. Pressearbeit sowie die aktive Mitarbeit in den einschlägigen Transfer-orientierten Abteilungen des Zentrums für Lehrerbildung und Fachdidaktik gehören traditionell zu den Dienstaufgaben der Teammitglieder. Außerdem existieren gesammelte Angebote der Fakultät für Informatik und Mathematik zur MINT-Förderung für Schülerinnen und Schüler, an denen die Didaktik der Mathematik beteiligt ist.

Literaturangaben

- Barthel, C., & Brandl, M. (2020). Smartphone math-apps in learning environments (SMiLE): a project focussing on the development and evaluation of teacher training concepts. In A. Donevska-Todorova, E. Faggiano, J. Trgalova, Z. Lavicza, R. Weinhandl, A. Clark-Wilson & H.-G. Weigand (Eds.), *Proceedings of the Tenth ERME Topic Conference (ETC10) on Mathematics Education in the Digital Age (MEDA)*, 16-18 September 2020 in Linz, Austria (pp. 345–346). Johannes Kepler University. <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-02932218/document>, https://discovery.ucl.ac.uk/id/eprint/10109939/1/MEDA2020_Proceedings.pdf
- Borys, T., Brandl, M., & Brinkmann, A. (Hrsg.). (2022). *Mathe vernetzt – Anregungen und Materialien für einen vernetzenden Mathematikunterricht*. (Bd. 7). MUED. ISBN 978-3-930197-979.
- Brandl, M. (2020). Was ist schöner Mathematikunterricht?. In H.-S. Siller, W. Weigel & J. F. Wörler (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2020* (S. 1454). WTM. <http://doi.org/10.17877/DE290R-21253>, https://eldorado.tu-dortmund.de/bitstream/2003/39352/1/BzMu2020_BRANDL_KV-id391.pdf
- Brandl, M. (2017, 2. Aufl.). *Narrative Didaktik als Vernetzungsinstrument: die Schule von Athen*. In T. Borys, M. Brandl & A. Brinkmann (Hrsg.), *Mathe vernetzt – Anregungen und Materialien für einen vernetzenden Mathematikunterricht: Bd. 6*. (S. 7–20). Neu konzept., akt. u. überarb. Neuauflage. MUED. (1. Aufl. 2016. Bd. 4. Aulis.) ISBN 978-3-930197-93-4
- Brandl, M. (2016). Narrative Mathematik-Didaktik mittels Elementen bildender Kunst. In Institut für Mathematik und Informatik der Pädagogischen Hochschule Heidelberg (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2016* (S. 1415–1418). WTM. <https://doi.org/10.17877/DE290R-17645>, <https://eldorado.tu-dortmund.de/bitstream/2003/35604/1/BzMU16%20BRANDL%20Kunst.pdf>
- Brandl, M. (2014). Hochleistung versus Hochbegabung im Mathematikunterricht der Sekundarstufe II. *Paradigma: Beiträge aus Forschung und Lehre aus dem Zentrum für Lehrerbildung und Fachdidaktik*, 7, 7–17. <https://doi.org/10.15475/paradigma.2014.1.2>
- Brandl, M. (2013). Students' picture of and comparative attitude towards mathematics in different settings of fostering. In B. Ubuz, Ç. Haser & M.A. Mariotti (Eds.), *CERME 8 – Proceedings of the Eighth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME 8, February 6 – 10, 2013)* (pp. 1156–1165). Middle East Technical University. http://www.mathematik.tu-dortmund.de/~erme/doc/CERME8/CERME8_2013_Proceedings.pdf
- Brandl, M. (2011a). Modelling tasks at the Internet portal "Program for Gifted". In G. Kaiser, W. Blum, R. Borromeo Ferri & G. Stillman (Eds.), *Trends in the teaching and learning of mathematical modelling – ICTMA14. International Perspectives on the Teaching and Learning of Mathematical Modelling*, vol. 1 (pp. 551–558). Springer. https://doi.org/10.1007/978-94-007-0910-2_53

- Brandl, M. (2011b). A Constructive Approach to the Concept of Mathematical Giftedness based on Systems Theory. In M. Avotiņa, D. Bonka, H. Meissner, L. Ramāna, L. Sheffield & E. Velikova (Eds.), *Proceedings of the 6th International conference on Creativity in Mathematics Education and the Education of Gifted Students* (pp. 35–39). University of Latvia, Angel Kanchev University of Ruse. <https://drive.google.com/file/d/1swHpzzybDHjdGDGFwyZECXTOukpZ552/view>
- Brandl, M. (2011c). High attaining versus (highly) gifted pupils in mathematics: a theoretical concept and an empirical survey. In M. Pytlak, T. Rowland & E. Swoboda (Eds.), *CERME 7 – Proceedings of the Seventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME 7, February 9 – 13, 2011)* (pp. 1044–1055). University of Rzeszów. <http://www.mathematik.tu-dortmund.de/~prediger/ERME/CERME7-Proceedings-2011.pdf>
- Brandl, M. (2010). Narrative Didactics in Mathematical Education: an innovative Didactical Concept. In T. Bianco & V. Ulm (Eds.), *Mathematics Education with Technology – Experiences in Europe* (pp. 103–110). University of Augsburg. ISBN 978-3-00-032628-8
- Brandl, M. (2009). The vibrating string – an initial problem for modern mathematics; historical and didactical aspects. In I. Witzke (Ed.), *Mathematical Practice and Development throughout History: Proceedings of the 18th Novembertagung on the History, Philosophy and Didactics of Mathematics*. Logos Verlag, 95–114.
- Brandl, M., & Barthel, C. (2012). A comparative profile of high attaining and gifted students in mathematics, ICME-12 (The 12th International Congress on Mathematical Education) Pre-proceedings, 1429–1438.
- Brandl, M., & Nordheimer, S. (2016). Spezifika der Identifikation mathematischer Begabung bei Hörschädigung. *Lernen und Lernstörungen 2016, Themenschwerpunkt Hochbegabung*, 5(4), Hogrefe, 233–245. <https://doi.org/10.1024/2235-0977/a000152>
- Brandl, M., & Szabo, A. (2019). Overexcitability, iconoclasm and mathematical creativity & giftedness. In Nolte, M. (Ed.), *Including the Highly Gifted and Creative Students – Current Ideas and Future Directions: Proceedings of the 11th International Conference on Mathematical Creativity and Giftedness (MCG11): 22.08.2019 – 24.08.2019 Universität Hamburg, Germany* (pp. 53–58). *Conference Proceedings in Mathematics Education*, Bd. 5. WTM. <https://nbn-resolving.de/urn:nbn:de:hbz:6-82189522597>
- Brandl, M., & Vinerean, M. (2023). Narrative Didactics in Mathematics Education: Results from a University Geometry Course. *Open Education Studies*, 5(1), 20220186. <https://doi.org/10.1515/edu-2022-0186>
- Brandl, M., Kaiser, T., Przybilla, J., & Hackstein, U. (2023). Digitale Interaktive Mathematische Maps. In B. Lukács, B. Heurich & M. Dick (Hrsg.), *Innovative Lehrer:innenbildung, digitally enhanced. Multimodale Impulse aus dem SKILL.de Projekt (VI. Forschungsorientierter Zugang zu digitalen Lehr-/Lernprodukten und zur Lehre, 26)*. Pressbooks OER. <https://oer.pressbooks.pub/skildeopenbook/chapter/entwicklung-von-digitalen-mathematischen-apps-mithilfe-von-design-based-research-methoden/>
- Brandl, M., Szabo, A., Mellroth, E., & Benölken, R. (2021). Educating prospective teachers in the field of mathematical giftedness – comparing experiences. Paper presented at the 14th International Congress on Mathematical Education (ICME 14, Shanghai). Shanghai.
- Bruner, J. (1986). *Actual Minds, Possible Worlds*. Harvard University Press. ISBN 9780674003668
- Datzmann, A., & Brandl, M. (2019). Evaluation of a connecting teaching format in teacher education. In: U. T. Jankvist, M. van den Heuvel-Panhuizen & M. Veldhuis (Eds.), *Proceedings of the Eleventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME 11, February 06–10, 2019)* (pp. 2462–2463). Freudenthal Group & Freudenthal Institute, Utrecht University and ERME. <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-02422599>
- Datzmann, A., & Brandl, M. (2018). A new defragmenting teaching format for teacher education using mathematical maps. In H.-G. Weigand, A. Clark-Wilson, A. Donevska-Todorova, E. Faggiano, N. Grønbaek & J. Trgalova (Eds.), *Proceedings of the 5th ERME Topic Conference (ETC 5) on Mathematics Education in the Digital Age (MEDA), 2018* (pp. 305–306). University of Copenhagen.
- Datzmann, A., Przybilla, J., Brandl, M., & Kaiser, T. (2020). New Teaching Techniques aiming to connect School and University Mathematics in Geometry. In A. Donevska-Todorova, E. Faggiano, J. Trgalova, Z. Lavicza, R. Weinhandl, A. Clark-Wilson & H.-G. Weigand (Eds.), *Proceedings of the Tenth ERME Topic Conference (ETC10) on Mathematics Education in the Digital Age (MEDA), 16-18 September 2020 in Linz, Austria* (pp. 37–44). Johannes Kepler University. <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-02932218/document>, https://discovery.ucl.ac.uk/id/eprint/10109939/1/MEDA2020_Proceedings.pdf
- Davis, P.J., & Hersh, R. (1985). *Erfahrung Mathematik*. Birkhäuser. ISBN: 9783764313593.
- Gunčaga, J., Brandl, M., & Körtesi, P. (2019). Possible Cultural Diversity and Digital Competences: Retrospection from Mathematical Textbooks for Lower Secondary Level. In E. Smyrnova-Trybulska, P. Komers, N. Morze & J. Malach (Eds.), *Universities in the Networked Society – Cultural Diversity and Digital Competences in Learning Communities. Critical Studies of Education*, vol. 10 (pp. 261–281). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-05026-9_15
- Haselbeck, F., & Brandl, M. (2023). Nachruf auf Ludwig Bauer. *Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der*

- Mathematik, Nr. 114, 83. <https://ojs.didaktik-der-mathematik.de/?journal=mgdm&page=article&op=view&path%5B%5D=1138&path%5B%5D=1331>.
- Käpnick, F. (1998): Mathematisch begabte Kinder. Modelle, empirische Studien und Förderungsprojekte für das Grundschulalter. Peter Lang. ISBN 3-631-33395-1
- Klein, F. (2016/1924). Elementary Mathematics from higher standpoint. Volume I: Arithmetik Algebra Analysis. (G. Schubring, Trans.) Berlin, Heidelberg: Springer. (Original work published 1924). doi: 10.1007/978-3-662-49442-4
- Pfeffer, W. (2017). Qualitative Entwicklung der Begriffsbildung im Fach Mathematik in der Studieneingangsphase. Dissertation. <https://doi.org/10.13140/RG.2.2.10408.06403>
- Pfeffer, W., & Brandl, M. (2016). Mentales Modell zum Abbildungsbegriff bei Studienanfängerinnen und Studienanfängern. In Institut für Mathematik und Informatik der Pädagogischen Hochschule Heidelberg (Hrsg.), Beiträge zum Mathematikunterricht 2016 (S. 1423–1426). WTM. <https://doi.org/10.17877/DE290R-17647>
- Pfeffer, W., & Brandl, M. (2015). Schwierigkeiten beim Übergang Schule – Hochschule in Mathematik. Eine qualitative Längsschnittstudie. In F. Caluori, H. Linneweber-Lammerskitten & C. Streit (Hrsg.), Beiträge zum Mathematikunterricht 2015 (S. 1089–1092). WTM. <https://doi.org/10.17877/DE290R-16835>
- Przybilla, J., Brandl, M., Vinerean, M., & Liljekvist, Y. (2022). Digital mathematical maps – results from iterative research cycles. Twelfth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME12, February 2–6 2022). Bozen-Bolzano, Italy, ERME. <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-03754749/>
- Przybilla, J., Brandl, M., Vinerean, M., & Liljekvist, Y. (2021). Interactive Mathematical Maps – A contextualized way of meaningful Learning. In G. A. Nortvedt, N. F. Buchholtz, J. Fauskanger, F. Hreinsdóttir, M. Hähkiöniemi, B. E. Jessen, J. Kurvits, Y. Liljekvist, M. Misfeldt, M. Naalsund, H. K. Nilsen, G. Pálsdóttir, P. Portaankorva-Koivisto, J. Radišić & A. Wernberg (Eds.), Bringing Nordic mathematics education into the future. Proceedings of NORMA 20. The ninth Nordic Conference on Mathematics Education. Oslo, 2021 (pp. 209–216). (Skifter från Svensk Förening för MatematikDidaktisk Forskning; No. 14). Svensk förening för matematikdidaktisk forskning (SMDF). http://matematikdidaktik.org/wp-content/uploads/2021/04/NORMA_20_preceedings.pdf
- Schwarz, A.-M., Brandl, M., Kaiser, T., & Datzmann, A. (2017). Interactive mathematical maps for de-fragmentation. In T. Dooley, G. Gueudet (Eds.), Proceedings of the Tenth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME10, February 1-5, 2017) (pp. 2292–2293). DCU Institute of Education and ERME. <https://hal.archives-ouvertes.fr/CERME10-TWG14/hal-01941304v1>
- Singer, F. M., Sheffield, L. J., Freiman, V., & Brandl, M. (2016). Research On and Activities for Mathematically Gifted Students. ICME-13 Topical Surveys. Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-39450-3_1
- Sternberg, R. J. (1996): What is Mathematical Thinking? In R. J. Sternberg & T. Ben-Zeev (1996) (Eds.), The nature of mathematical thinking (pp. 303–318). Lawrence Erlbaum Ass. Publishers.
- Tall, D. (2008). The Transition to Formal Thinking in Mathematics. Mathematics Education Research Journal, 20(2), 5–24.
- Vinerean, M., Brandl, M., & Liljekvist, Y. (2023). Promoting favourable beliefs of prospective math teachers concerning the nature of mathematics by using Interactive Mathematical Maps. In M. Trigueros, B. Barquero, R. Hochmuth & J. Peters (Eds.), Proceedings of the Fourth conference of the International Network for Didactic Research in University Mathematics (INDRUM 2022, 19-22 October 2022) (pp. 574–575), Hannover, University of Hannover and INDRUM. https://hal.science/INDRUM2022/public/INDRUM2022_Proceedings.pdf.
- Wagenschein, M. (1968). Verstehen lernen (8. erg. Aufl., 1989). Beltz Verlag.
- Winkler, S. (2020). Gemeinsam besonders? - Begabungsgestützte Entfaltung und Individualisierung mathematischer Grundkompetenzen. Pädagogische Professionalisierung und Schule, Praxis-Forschung, Bd. 4., LIT. <https://www.lit-verlag.de/isbn/978-3-643-14719-6>
- Winkler, S., & Brandl, M. (2016). Process-Based Analysis of Mathematically Gifted Pupils in a Regular Class at Primary School. In K. Krainer & N. Vondrová (Eds.), Proceedings of the Ninth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (pp. 1011–1012). Charles University in Prague, Faculty of Education, and ERME. <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01287321>
- Winsløw, C., & Grønabæk, N. (2014). Klein's double discontinuity revisited: contemporary challenges for universities preparing teachers to teach calculus. Recherches en Didactique des Mathématiques, 34(1), 59–86. <https://revue-rdm.com/2014/kleins-double-discontinuity-revisited/>